

# Revista Transdisciplinar

Uma oportunidade para o Livre Pensar

Vol. 13 - Ano 7 - Nº 13 – Janeiro/2019

<http://revistatransdisciplinar.com.br/>

ISSN 2317-8612

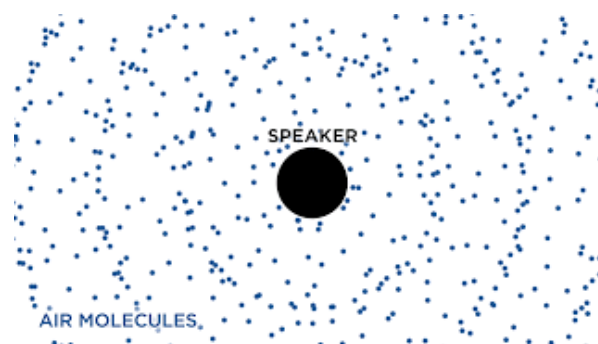
[www.artezen.org](http://www.artezen.org)

## 4 – HARMÔNICOS E SISTEMA TEMPERADO - COMO SE DEFINE AS NOTAS MUSICAIS -

Gildemar C. Santos\*

Para entender as propriedades do som, pensemos numa corda, como a de um violão, por exemplo. Prendemos as extremidades dessa corda, de forma que ela fique tesa, e tocamos com o dedo, de modo a fazê-la vibrar. As vibrações da corda fazem o ar vibrar, e essas vibrações se propagam até chegarem ao tímpano, que é uma membrana no nosso ouvido. O tímpano, empurrado pelo ar, vai vibrar para dentro e para fora do ouvido como a membrana de um tambor. O número de vibrações por segundo é a frequência do som. A nota *lá*, do meio do piano, tem a frequência de 440 Hertz. Isso quer dizer que quando tocamos a nota *lá*, do meio do piano, nosso tímpano vibra para frente e para trás 440 vezes em um segundo. O valor desse número é escolhido arbitrariamente. No passado usava-se valores entre 430 e 460 Hertz (1). O *dó* emitido por uma orquestra de instrumentos barrocos soa como o *si* de uma orquestra moderna.

A figura ao lado mostra a propagação do som. As moléculas vão e voltam, oscilando, embora pareça que uma parte está sempre saindo e outra entrando. A pressão do ar é proporcional à densidade das moléculas que oscila. Quando vemos o gráfico de uma onda sonora, uma cobrinha chamada senoidal oscilando em torno de uma linha horizontal, na verdade estamos vendo o gráfico da pressão do ar em função do raio. A linha horizontal representa o raio, a distância radial a partir da fonte.



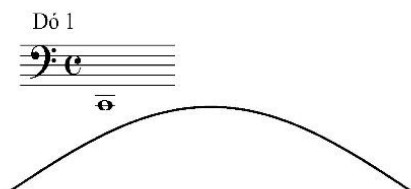
Para ver o gif em movimento:

<https://3.bp.blogspot.com/-YqWj1G-4Fnc/Wr0K922gMpl/AAAAAAAAACdk/UEB-WWPzcf4uz-YPAOBDoi2JXvsd6WAQQCLcBGAs/s1600/propagacao+do+som.gif>

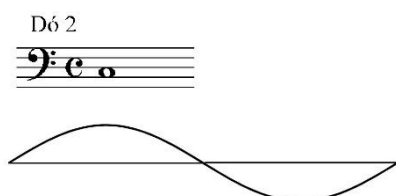
Dizemos que uma nota é aguda quando ela faz nosso tímpano vibrar muito, e que a nota é grave quando nosso tímpano vibra pouco. A voz de uma mulher é mais aguda que a de um homem. Vibra mais vezes por segundo. O som de um contrabaixo é mais grave do que o de uma flauta, pois vibra bem menos vezes. A nota mais grave que o ouvido humano consegue ouvir tem a frequência de cerca de 20 Hertz. Se batermos com uma vareta 8 vezes por segundo, ouviremos apenas o ritmo *tatatata* se repetindo. Mas se essa frequência for aumentando, começaremos a ouvir um som grave aparecendo. Se essa frequência chegar a 27,5 batidas por segundo, começaremos a ouvir o *lá* mais grave do piano.

\* **Gildemar Carneiro dos Santos** – Instituto de Física, UFBA. Doutor em Física pela Universidade de Nagoya – Japão (1990). Mestre em Física pela Universidade de Nagoya – Japão (1986). Mestre em Física pela Universidade de São Paulo (1982). Bacharel em Física pela Universidade de São Paulo (1979). Atualmente é professor adjunto da Universidade Federal da Bahia. Músico nas horas vagas, coordena a orquestra de amadores Ateneu Musical. Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9800581085946445> [gildemar@ufba.br](mailto:gildemar@ufba.br)

Suponha que nossa corda, tesa com as extremidades fixas, esteja vibrando conforme a figura abaixo, com um ventre só, e que ela dê a nota dó. Um dó grave, que chamaremos de dó 1, que faz vibrar nosso tímpano com frequência  $f$ . Dizemos então que esse dó 1 é a nota fundamental.



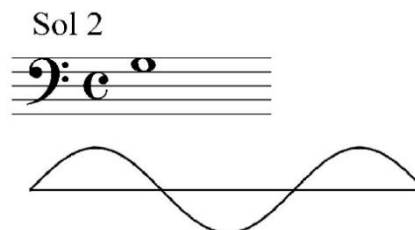
Mas a corda pode vibrar também com dois ventres, conforme a figura abaixo. Nesse caso, sabe-se pela experiência que essa nova nota terá o dobro da frequência anterior,  $2f$ . Chamaremos a essa nova nota de dó 2, sendo o primeiro harmônico do dó 1. Isso porque se tocarmos o dó 1 junto com o dó 2, o dó 2 fará nosso tímpano vibrar com o dobro da frequência do dó 1, e isso soa tão agradável aos nossos ouvidos que dizemos que são as mesmas notas, e por isso usamos o mesmo nome: dó 1 e dó 2.



Quando Marisa Monte canta com Arnaldo Antunes "Amor, I loveyou", ela está cantando sempre com o dobro da frequência emitida por ele. Dizemos que ela canta uma oitava acima da voz dele. Soa tão bem que nos parece que estão cantando igual. Normalmente as mulheres cantam uma oitava acima da voz dos homens, ou seja, as mulheres emitem o dobro da frequência da voz dos homens. Quando um homem emite uma nota e uma mulher tenta reproduzir, naturalmente ela reproduz com o dobro da frequência. É claro que há exceções, quando a mulher tenta cantar na mesma frequência do homem. Dizemos então que cantam na mesma altura. A altura da nota musical se refere à frequência com que essa nota faz vibrar nosso tímpano.

A corda pode vibrar também formando três ventres, e então teremos uma frequência

$3f$ . Chamaremos essa nota de sol 2. É o segundo harmônico do dó 1. Esse sol 2 soa muito agradável quando tocado tanto com o dó 1 quanto com o dó 2. É o chamado intervalo de quinta.



Se a corda formar quatro ventres, terá frequência  $4f$ , que é o dobro da  $2f$ , do dó 2, terceiro harmônico. Dobro da frequência quer dizer uma oitava acima, então essa nota com frequência  $4f$  será o dó 3, uma oitava acima do dó 2, e duas oitavas acima do dó 1.

Para lembrar facilmente quais são os harmônicos, basta achar primeiro as oitavas, que têm o dobro da frequência. Os ímpares ficam quase no meio entre os pares, só que um pouco mais para o lado agudo. Um é o dó 1, dois é o dó 2, quatro é o dó 3. Então o três fica entre o dó 2 e o dó 3, mais pra cima, que é o sol 2.

Seis ventres,  $6f$ , o dobro de  $3f$ , é o sol 3, quinto harmônico.

Cinco ventres, frequência  $5f$ , fica entre o dó 3 ( $4f$ ) e o sol 3 ( $6f$ ), mas mais perto do sol 3 que do dó 3. Então é o mi 3, quarto harmônico. Esse mi 3 soando junto com o dó 3 constitui o intervalo de terça, muito usado pelas duplas sertanejas, e pelos compositores clássicos também. As três notas, dó, mi, sol, em qualquer oitava (ou seja, duplicando sua frequência quantas vezes se queira), constituem o acorde de dó maior. As três soam muito bem, quando emitidas simultaneamente, uma reforçando a outra.

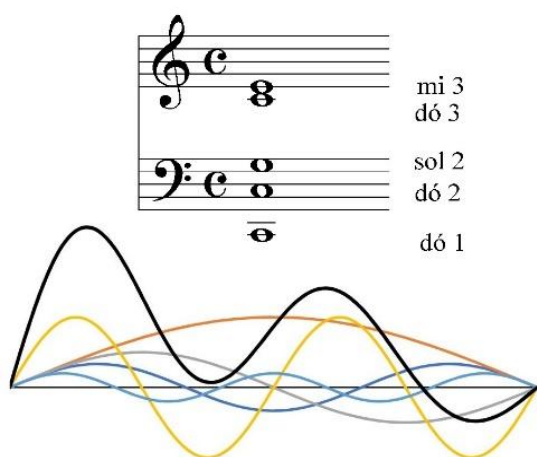
Oito ventres, com o dobro de  $4f$ , é o dó 4, sétimo harmônico.

Sete ventres, frequência  $7f$ , fica entre o sol 3 ( $6f$ ) e o dó 4 ( $8f$ ), mais perto do dó 4 que do sol 3. Então é o si bemol 3, sexto harmônico. Para o nosso ouvido a combinação de si bemol 3 com o dó 4 não soa muito bem. Dizemos que é dissonante. Ou seja, não é agradável que vibrações com relação de frequência de  $7/8$  cheguem aos nossos ouvidos. O conjunto das notas dó, mi, sol e si b constitui o chamado acorde de

sétima, um acorde dissonante usado com muita frequência. A tensão que a dissonância produz requer que depois dele toquemos um acorde sem dissonâncias (o acorde de fá, com as notas fá, lá e dó, conforme ensina a Harmonia).

Dez ventres é o mi 4, pois é o dobro da frequência do mi 3.

Nove ventres fica entre o dó 4 (8f) e o mi 4 (10f), logo é a nota ré 4. Ela também soa dissonante com as outras já vistas, mas sua intensidade, dentro da nota dó, é tão fraca que não nos causa desconforto.



Na verdade, quando você faz a corda vibrar, ela vibra numa combinação de todos esses modos citados acima simultaneamente. Todos os harmônicos soam juntos com o som fundamental, e é isso que diferencia o timbre dos instrumentos. Um violino pode dar a mesma nota de um piano, e o som será muito diferente. Isso porque a intensidade de cada harmônico é diferente para cada instrumento. Cada vez que uma nota é emitida, mesmo que seja por uma mesma pessoa, a distribuição dos harmônicos é diferente, e isso faz o timbre ser distinto.

Na ilustração acima damos uma ideia de como é o mecanismo dos harmônicos. A nota emitida é o dó 1, a mais grave, correspondendo ao único ventre que se estende de uma extremidade à outra da corda. Juntamente com ela soam também os outros harmônicos. Mostramos apenas os primeiros: dó 2, sol 2, dó 3 e mi 3. Quanto mais aguda a nota, maior o número de ventres, e menor a intensidade. O som que chega ao nosso ouvido é a soma de todos eles, no caso, a curva preta. Claro que o gráfico está exagerado, mostrando uma

amplitude muitas vezes maior que a real, para que o desenho fique claro. As cordas de um violão na verdade fazem uma curva pouco perceptível.

Esse formato da curva preta é que vai determinar o timbre, ou seja, a propriedade que faz distinguir a mesma nota emitida por instrumentos diferentes, ou a diferença das vozes das pessoas.

Resumindo, quando tocamos a nota dó, juntamente com ela soa um conjunto de outras notas, chamadas harmônicos, que definem o timbre do som. O mesmo acontece com qualquer outra nota emitida. O som mais próximo de um som puro, praticamente sem harmônicos, é o som de um diapasão. A presença dos harmônicos é um fator positivo, pois enriquece a sonoridade.

## O SISTEMA TEMPERADO

Muitos já devem ter ouvido falar no *Cravo Bem Temperado de Bach*, e ficado sem entender o que seria. Cravo com tempero lembra Gabriela, Cravo e Canela, mas o assunto é outro. O temperado do cravo de Bach diz respeito a como distribuir uniformemente as notas da escala musical. Precisamos de uma preparação inicial para chegar lá.

Imaginemos a afinação de um piano. O afinador afina uma nota, por exemplo o dó 1. Tocando esse dó 1, ele ouve o primeiro harmônico, que é o dó uma oitava acima, e afina o dó 2. Analogamente afina todos os dó do piano. Depois, tocando o dó (1f), ele ouve nitidamente o segundo harmônico, que é a nota sol (3f). Dá para ouvir, principalmente quando o dó é grave. Se você tocar a corda dó de um violoncelo, com algum treino vai conseguir ouvir no meio do som desse dó grave o sol do segundo harmônico. No piano também dá para se ouvir. Então ele afina o sol e a partir daí todos as notas sol. Agora tocando o sol (3f), ele ouve o ré (9f), que é o segundo harmônico do sol. Afina todos as notas ré. Assim sucessivamente. Esse é o chamado ciclo de quintas, porque contando nos dedos do dó até o sol, tem cinco notas (dó ré mi fá sol), etc.

Acontece que temos um problema. Se for seguindo esse raciocínio de o segundo harmônico ter o triplo da frequência da nota fundamental, as frequências dessas notas seriam sempre potências do número 3, ou

seja,  $f = 3^n f$ . Mas sabemos que quando dobramos a frequência de uma nota, obtemos essa nota uma oitava acima. Então para que, pelo ciclo de quinta, voltássemos à nota dó, seria necessário que esse  $f = 2^m f$ , ou que  $3^n f = 2^m f$ . Ora, isso é impossível, pois  $3^n$  é um número ímpar, enquanto que  $2^m$  é um número par, nunca podem ser iguais.

Então pelo ciclo de quintas obtido a partir do segundo harmônico de cada nota, teríamos infinitas notas, o ciclo nunca se repetiria. Quer dizer que o nosso afinador nunca chegaria de volta ao dó inicial!

O si# com frequência  $531.441f$  fica perto do dó com frequência  $524.288f$ , mas é mais agudo. Pela física, o dó não se repete no ciclo de quintas. O si sustenido difere do dó, o lá bemol difere do sol sustenido. As pessoas que tocam instrumentos de cordas, violinistas, etc., se orgulham em dizer que o dó sustenido difere do ré bemol. Isso porque eles são treinados a usar dedos diferentes nesses dois casos, e pela intuição podem tocar o harmônico correto. Mas quando tocam juntamente com piano ou certos instrumentos de sopro, têm que ajustar para que essas duas notas soem iguais, e não desafinem com seus parceiros.

As frequências relativas das notas musicais:

dó	$1 f$	fá #	$729 f$
sol	$3 f$	dó #	$2187 f$
ré	$9 f$	sol #	$6561 f$
lá	$27 f$	ré #	$19683 f$
mi	$81 f$	lá #	$59049 f$
si	$243 f$	mi #	$177147 f$
		si #	$531441 f$

Esse problema deu origem à chamada quinta do lobo, na idade média. Afinavam os teclados do mi bemol até o sol sustenido, usando o ciclo de quintas: mi bemol, si bemol, fá, dó, sol, ré, lá, mi, si, fá sustenido, dó sustenido, sol sustenido. Cada nota soava bem com a sua vizinha da direita e da

esquerda, mas o sol sustenido não soava bem com o mi bemol. A dissonância dessas duas notas juntas produzia um batimento grave que parecia um lobo uivando. No sistema moderno o sol sustenido é feito igual ao lá bemol, cuja quinta é o mi bemol, por isso não tem problemas.

Mas como esse problema foi resolvido? A solução se deu com um recurso matemático. Dividiu-se a oitava em doze notas igualmente espaçadas. Como a oitava é obtida com o dobro da frequência,  $2f$ , então estabeleceu-se que uma nota estaria meio tom acima da outra de frequência  $f$  se a sua frequência fosse  $2^{1/12} f$  (2).

As notas musicais do mundo ocidental ficaram então assim:

Frequências relativas no sistema temperado

dó	$1 f$	fá # = sol b	$2^{6/12} f$
dó # = ré b	$2^{1/12} f$	sol	$2^{7/12} f$
ré	$2^{2/12} f$	sol # = lá b	$2^{8/12} f$
ré # = mi b	$2^{3/12} f$	lá	$2^{9/12} f$
mi	$2^{4/12} f$	lá # = si b	$2^{10/12} f$
fá	$2^{5/12} f$	si	$2^{11/12} f$
		dó'	$2 f$

Na prática, o afinador de piano começa pelo dó, por exemplo, e vai afinando pelo ciclo de quintas até chegar ao mi#. A quinta desse mi#, que é o si#, vai soar mais agudo que o dó. Então ele abaixa um pouco o mi# e sai abaixando um pouco de volta as notas que já afinou, de modo a deixar a escala "temperada", ou seja, com todos os intervalos iguais.

Na tabela abaixo comparamos as frequências da escala de dó, com o lá padrão com frequência de 440 Hz, usando o sistema temperado, e usando o ciclo de quintas. A diferença entre as frequências é mostrada em porcentagem.

Nota	Freq. Temperada	Ciclo de quinta	Diferença
dó	261,6	260,7	0,34%
ré	293,7	293,3	0,11%
mi	329,6	330,0	-0,11%
fá	349,2	347,7	0,45%
sol	392,0	391,1	0,23%
lá	440,0	440,0	0,00%
si	493,9	495,0	-0,23%
dó	523,3	521,5	0,34%

### A Quinta do Lobo

Vemos que a diferença entre a afinação temperada (matemática) e a afinação baseada nos harmônicos (física) é muito pequena, menos de 0,5%. Mas o ouvido humano consegue perceber. E a quinta do lobo vinha da dissonância entre o mi bemol e o sol sustenido, quando a afinação era feita com base nos harmônicos. Se o sol sustenido fosse igual ao lá bemol, o mi bemol seria o segundo harmônico desse lá bemol, e soaria muito bem. Mas isso não acontece na afinação por harmônicos.

Vamos afinar todas as notas no intervalo de um dó a outro dó, no meio do piano. Afinamos primeiro o lá com frequência  $f = 440$  Hz, depois o ré com  $2f/3$ , de modo que o lá seja o harmônico do ré. Para que o ré seja o harmônico do sol, a frequência do sol mais grave que o ré deveria ser  $2/3$  da do ré. Pegamos o dobro dessa frequência, para que

o sol fique acima do ré, perto do lá. Do sol, afinamos o dó, o fá, com  $4/3$  da do dó, depois o si bemol, e depois chegamos no mi bemol.

Agora vamos para cima. Afinamos o mi harmônico do lá, com frequência  $3/2$  da do lá. Pegamos então o mi uma oitava abaixo, com frequência  $3/4$ . Do mi afinamos o si, depois o fá #, o dó #, e finalmente o sol #. Esse sol sustenido não vai soar bem com o mi bemol obtido acima. Vejamos as frequências na tabela abaixo:

dó	260,7	fá #	371,3
dó #	278,4	sol	391,1
ré	283,3	sol #	417,7
mi b	309,0	lá b	412,0
mi	330,0	lá	440,0
fá	347,7	si b	463,5
		si	495,0

Diferença: 1,35%

A diferença entre o lá b (que soa bem com o mi bemol) e o sol sustenido é de 1,35%, suficiente para causar batimento. Batimento é um som grave produzido por duas notas de frequências muito próximas. É esse som que parece o uivo de um lobo, e que não aparece no sistema temperado.

Com esse sistema temperado, onde o espaçamento entre todas as notas é o mesmo (a razão entre as frequências de duas notas contíguas é constante), Bach escreveu o seu *Cravo Bem Temperado*, com Prelúdios e Fugas em todas as tonalidades, mostrando que nenhuma nota é especial.

(1) <https://pt.wikipedia.org/wiki/L%C3%A1>

(2) Bekerley, Ondas