Revista Transdisciplinar
Uma oportunidade para o Livre Pensar
Vol. 3 - Ano 2 - Nº 3 - Janeiro / 2014 ISSN 2317-8612

2 – Artes e Matemática

Celeste Carneiro[1] e Gildenor Carneiro[2]

Grande parte de incidências de erros em resoluções de problemas na disciplina Matemática se dá por falta de compreensão, pelos alunos, do algoritmo que eles aprenderam a utilizar. (CREPALDI et al, 1988, p. 87 *apud* SANTOS, 1995, p. 19). Essas lacunas vêm acompanhadas de dificuldades em nível de conhecimentos, habilidades e aplicação, que se devem à deficiência do domínio e construção das estruturas dos pré-requisitos fundamentais.

Para enfatizar a necessidade de que os aprendizes compreendam os conteúdos que lhes são ensinados e não se apresentem “sem raciocínio, sem critérios, sem autonomia,” e não sejam “meros repetidores, com uma visão errônea da matemática, a maioria criando aversão pela mesma”, Nilza Bertoni (1994) recomenda que os professores sejam possuidores de justificativas para as ações matemáticas que apresentem e forneçam aos discentes explicações suficientes para a sua compreensão (BERTONI, 1994, p. 15). Em outras palavras, a matemática que existe nos livros didáticos deve ser reconstruída coletivamente, na sala de aula.

As mandalas oferecem recursos muito variados quando se objetiva o conhecimento matemático. Desde sua simples confecção utilizando régua, compasso, transferidor, esquadros, criando um desenho geométrico simples ou mais complexo, até o uso da Geometria Sagrada, da Proporção Áurea, nos estudos das frações, despertando o interesse para o aprofundamento filosófico e espiritual da matemática.

Lino de Macedo (1993, p. 9, *apud* SANTOS, 1995, p. 20) defende que, quando se considera a perspectiva do aluno, as explicações, os sentidos, os procedimentos que eles utilizam para resolver problemas se tornam muito significativos para os docentes.

Esse autor escreve sobre a importância de tornar o erro um observável para o estudante que o comete, fazendo com que ele produza conflitos ou problemas que o desafiem a investigar, a buscar uma melhor solução no interesse de atingir a compreensão.

Um exemplo ocorreu ao se apresentar conhecimentos sobre o uso prático da Geometria Sagrada numa aula sobre frações, em que o tema proposto foi **A presença de frações nas Artes Plásticas e na vida,** a título de estímulo para estudos, e oferecida no curso de extensão universitária

[1]**Celeste Carneiro** –Arteterapeuta Junguiana e Transpessoal. Graduada em Desenho e Artes Plásticas (FEBASP - SP). Professora e supervisora no Instituto Junguiano da Bahia – IJBA e em cursos de pós-graduação. Coordenadora do curso de Arteterapia em Teresina-PI. Escritora. Membro do Grupo de Pesquisa EFICAZ, da Universidade do Estado da Bahia – UNEB. www.artezen.org . Currículo lattes disponível em: http://lattes.cnpq.br/0119114800261879

[2]**Gildenor Carneiro** – Pós-Doutor em Educação (FACED-UFBA). Doutor em Educação (USP). Mestre em Educação (FACED-UFBA). Graduado em Matemática e em Arquitetura (Universidade de São Paulo - USP). Prof. da Universidade do Estado da Bahia – UNEB, Campus XI. Currículo lattes disponível: http://lattes.cnpq.br/0814023926904547

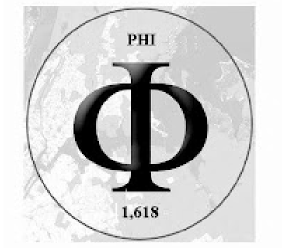
denominado **Vivenciando o Q - dos Números Naturais aos Racionais,** em 2013, na Universidade do Estado da Bahia – UNEB Campos XI (Serrinha – BA). A clientela foi composta por professores de séries iniciais, estudantes de Pedagogia e de outras licenciaturas.

Iniciamos solicitando que se formassem duplas. Foram distribuídos pedaços de barbante do tamanho aproximado de uma pessoa. A tarefa se constituía em medir as proporções do corpo do colega: o tamanho do antebraço, comparado com o tamanho do pé; o comprimento que vai da extremidade do dedo médio de uma mão à do dedo médio da outra mão, estando com os braços abertos, e sua relação com o comprimento do próprio corpo; o tamanho da cabeça e a quantidade de cabeças que comporta a medida total do corpo; a largura de quatro dedos juntos e a comparação com a medida da palma da mão; e assim, os alunos foram verificando as relações existentes entre as medidas do corpo, suas semelhanças e proporções, com pequenas variações entre as pessoas, mas sempre muito instigantes. Muitos falaram que nunca haviam pensado sobre o assunto. Em seguida, passamos a mostrar a parte teórica sobre o tema.

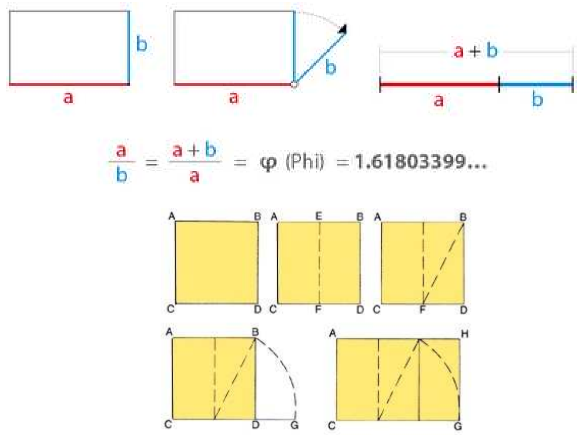
Informamos que essas medidas e suas relações já eram conhecidas desde há muitos séculos (NEUFERT, 1965, p.19) e que Leonardo Da Vinci estimulava a fazermos essas investigações:

> Meçam a distância do ombro às pontas dos dedos, e então dividam-na pela distância do cotovelo às pontas dos dedos. Outra vez *FI*. Mais uma? Anca ao chão a dividir por joelho ao chão. *FI*. Articulação dos dedos das mãos. Dos pés. Divisões espinais. *FI*, *FI*, *FI*. Meus amigos, cada um de vocês é um tributo ambulante à Proporção Divina.
>
> A altura do corpo humano e a medida do umbi-go até o chão.
>
> A altura do crânio e a medida da mandíbula até o alto da cabeça.
>
> A medida da cintura até a cabeça e o tamanho do tórax.
>
> A medida do ombro à ponta do dedo e a medida do cotovelo à ponta do dedo.
>
> O tamanho dos dedos e a medida da dobra central até a ponta. A medida da dobra central até a ponta dividido e da segunda dobra até a ponta.
>
> A medida do seu quadril ao chão e a medida do seu joelho até ao chão.
>
> DA VINCI (CACO, 2008)

FI (a letra grega ϕ), é o número que se encontra na Proporção Áurea: 1,61803399... cujo símbolo é este:



e é representada nestes retângulos:



$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = \varphi \text{ (Phi)} = 1.61803399...$$

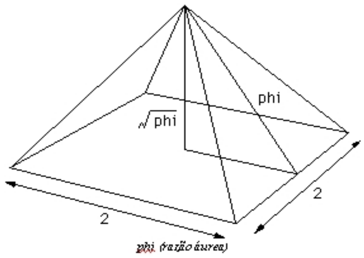
(SÁ, 2012)

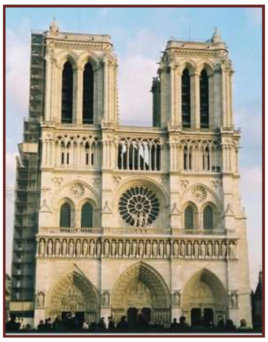
A parte maior está para a parte menor assim como o todo está para a parte maior. Ou, em linguagem simbólica, a : b :: (a + b) : a, que se lê: “a” está para “b” assim como “a + b” está para “a”.

Esse número, que transmite uma harmonia perfeita, foi utilizado na construção dos mais célebres templos, desde a antiguidade.

Os egípcios construíram as pirâmides seguindo essa proporção:

> A Seção áurea ou *fi*, foi muito bem utilizada. Ela (a pirâmide) foi edificada com uma planta baixa quase perfeita de 775 pés e com ângulos de ascensão 51º 52'. Seu volume é de 6,5 milhões de toneladas de calcário. O ângulo de ascensão dá à Grande Pirâmide uma propriedade geométrica única, que representa a quadratura mística do círculo: sua altura está para a mesma razão da sua circunferência, assim como o raio para a circunferência de um círculo. Essa razão é ½ de Pi. Pi = 3,1416, cujo número transcendental que está representado, assim está representado com uma margem de erro de apenas 0,1%. (CACO, 2008)





(CACO, 2008)

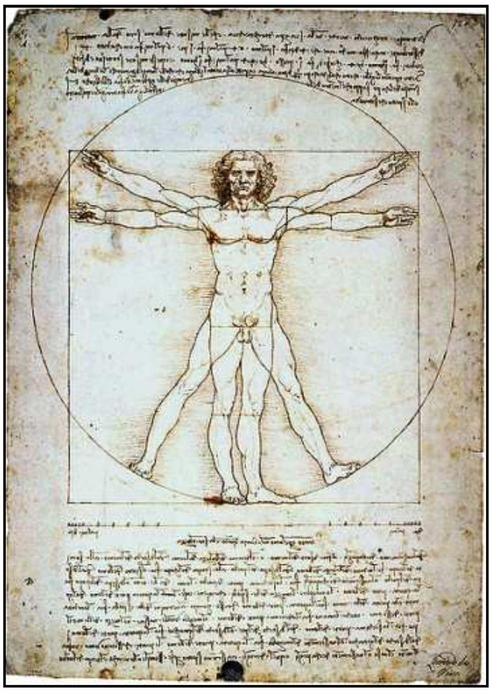
Leonardo da Vinci nos instiga ainda mais:

"Os 4 dedos fazem uma palma e 4 palmas fazem 1 pé, 6 palmas fazem um cúbito; 4 cúbitos fazem a altura de um homem. 4 cúbitos fazem um passo e 24 palmas fazem um homem. Se abrir as pernas até termos descido 1/14 de altura e abrirmos os braços até os dedos estarem ao nível do topo da cabeça então o centro dos membros abertos será no umbigo. O espaço entre as pernas abertas será um triângulo eqüilátero. O comprimento dos braços abertos de um homem é igual à sua altura. Desde as raízes dos cabelos até ao fundo do queixo é um décimo da altura do homem; desde o fundo do queixo até ao topo da cabeça é um oitavo da altura do homem; desde o topo do peito até ao topo da cabeça é um sexto da altura do homem; desde o topo do peito até às raízes do cabelo é um sétimo da altura do homem; desde os mamilos até ao topo da cabeça é um quarto da altura do homem.

A maior largura dos ombros contém em si própria a quarta parte do homem. Desde o cotovelo até à ponta dos dedos é um quinto da altura do homem e desde o cotovelo até ao ângulo da axila é um oitavo da altura do homem. A mão inteira será um décimo da altura do homem. O início dos órgãos genitais marca o centro do homem. O pé é um sétimo do homem. Da sola do pé até debaixo do joelho é um quarto da altura do homem. Desde debaixo do joelho até o início dos órgãos genitais é um quarto do homem. A distância entre o fundo do queixo e o nariz e entre as raízes dos cabelos e as sobrancelhas é a mesma e é, como a orelha, um terço da cara". [texto que acompanha a gravura do Homem de Vitruvius] (DA VINCI, 1490, p.36). (CACO, 2008)

.

No final do Séc. XV Leonardo da Vinci fez uma série de anotações em seu diário descrevendo, junto ao desenho do *Homem Vitruviano,* as proporções ideais do homem, texto este que ficou conhecido como Cânone das Proporções, onde a cabeça mede 1/8 da altura de uma pessoa.

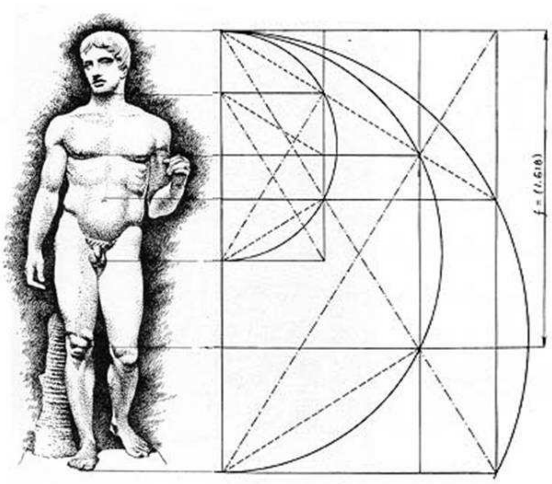


(SÁ, 2012)

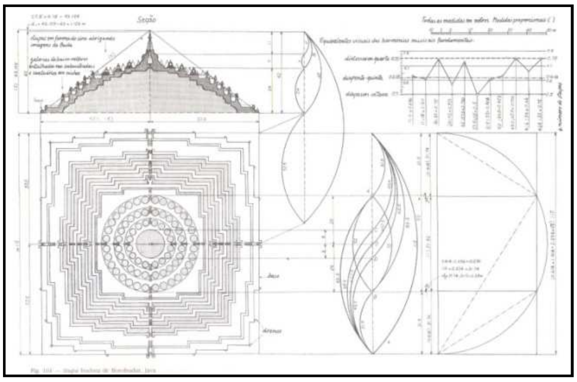
O desenho atualmente faz parte da coleção da Gallerie dell'Accademia (Galeria da Academia) em Veneza, Itália.

O Homem Vitruviano é baseado numa famosa passagem do arquiteto romano Marcus Vitruvius Pollio, na sua série de dez livros intitulados de *De Architectura*, um tratado de arquitetura em que, no terceiro livro, ele descreve as proporções do corpo humano.

Data: 1490 – Técnica: Lápis e tinta - Dimensão: 34 x 24 cm. (CACO, 2008)

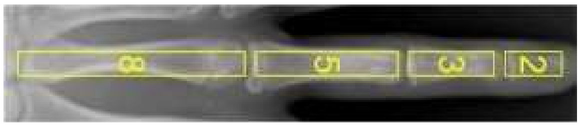


(DOCZI, 1990)

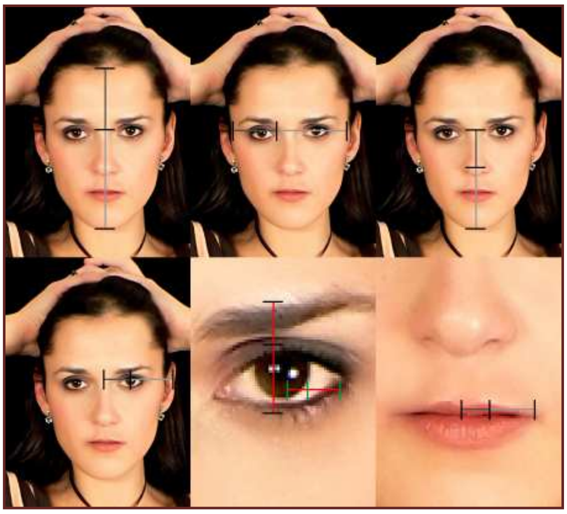


(DOCZI, 1990)

No Séc.XIII, Fibonacci já havia percebido que a Natureza está representada por uma proporção áurea, dentro da sequência matemática 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, etc. São números encontrados a partir da dupla 0 e 1, o último deles sendo somado com o anterior para se obter o próximo elemento da sequência. Assim, de 0 e 1 resulta 0 +1 = 1, e a sequência 0, 1, 1. Em seguida 1 + 1 = 2, e a sequência ampliada de um elemento 0, 1, 1, 2. Com 1 + 2 = 3 resulta 0, 1, 1, 2, 3. E continuando com esse procedimento a sequência dos números 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 89, 144, 233... recebeu o nome de Sequência de Fibonacci, bastante utilizada na arquitetura, nas artes plásticas, no mercado de ações, e em áreas que representam formas com as quais se deseja transmitir uma sensação de harmonia: imagens harmônicas.



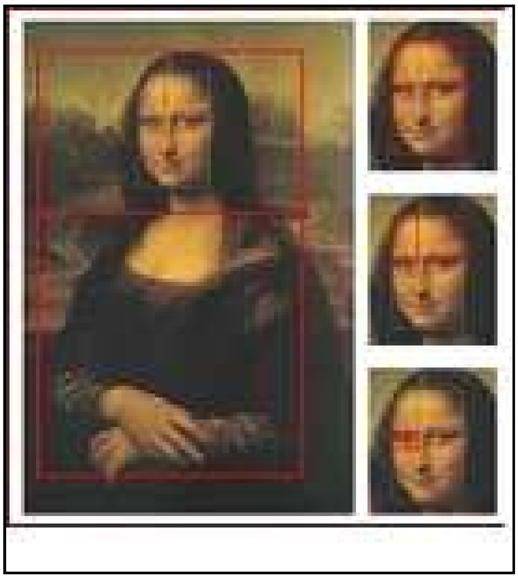
O dedo da mão

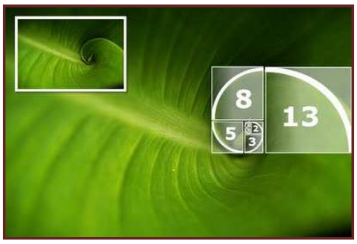


(A fórmula da beleza…)

No período do Renascimento os artistas aplicavam essa proporção nas composições de pintura e na arquitetura.

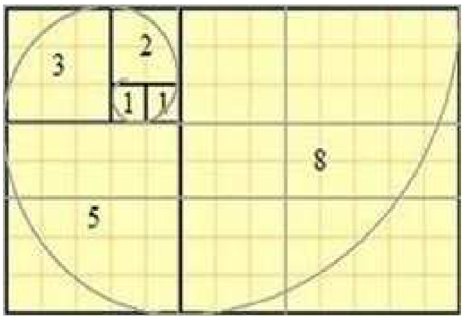
Leonardo da Vinci, um gênio em várias modalidades, aplicou-a na confecção da célebre Mona Lisa, e nos estudos do *Homem Vitruviano*.





(Sá, 2012)

A partir de quadrados e da Sequência Fibonacci pode-se construir a Espiral Áurea, unindo vários semicírculos inscritos em quadrados de lados cujas medidas estão de acordo com esta Sequência.



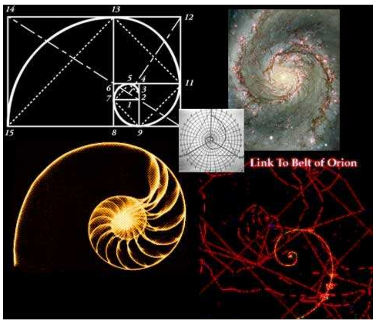
(SÁ, 2012)

Encontramos esta espiral na Natureza:

No exame das espirais de sementes de uma pinha, 8 delas movem-se na direção dos ponteiros de um relógio e 13 na direção contrária, numa razão muito próxima da áurea. No caso do girassol, há 21 espirais num sentido e 34 no sentido oposto, também em proporções próximas à áurea.

Os números 8 e 13, como achados na espiral da pinha, 21 e 34, no girassol, são pares de adjacentes de uma Seqüência de Fibonacci. A razão entre cada dois números adjacentes é progressivamente mais próxima da razão áurea de 1:1,618. (TAVEIRA, 2012)

Desde as estruturas mais diminutas, até o macrocosmo, encontramos essa medida perfeita e harmônica, que transmite segurança, beleza, estabilidade e leveza. Estas qualidades deverão fazer parte do nosso mundo interior também, a fim de que exalemos as condições mais propícias ao aprendizado e ao crescimento interior, com conhecimento e afetividade no mais alto grau, adquirindo assim a sabedoria que independe de escolas formais.



Falando sobre a Geometria Sagrada, Nigel Pennick nos diz:

> Os princípios norteadores da geometria sagrada transcendem as considerações religiosas sectárias. (…) A aplicação universal dos princípios idênticos da geometria sagrada em lugares separados no tempo, no espaço e por crenças diferentes atesta a sua natureza transcendental. Assim, a geometria sagrada foi aplicada nos templos pagãos do Sol, nos relicários de Ísis, nos tabernáculos de Jeová, nos santuários de Marduk, nos santuários erigidos em honra dos santos cristãos, nas mesquitas islâmicas e nos mausoléus reais e sagrados. Em todos os casos, uma cadeia de princípios imutáveis conecta essas estruturas sagradas. (PENNICK, 2000, p. 9)

*

Em outra aula, tivemos a oportunidade de utilizar mandalas para consolidar a compreensão dos números racionais. E foram tomados os exemplos 0,250; 0,125; 0,375; 0,500. Para relacioná-los a áreas pintadas em uma mandala sem alterar o desenho da mandala, isto é: pintando áreas equivalentes a 1/4, 1/8, etc, ou mesmo a duzentos e cinquenta milésimos, cento e vinte e cinco milésimos etc, porém constituídas essas áreas pintadas de uma mesma cor, com formas da mandala – poderia ser pétalas, triângulos, pedaços de caules, enfim, as formas definidas com as linhas internas da mandala.

Como se sabe, 0,250 é a metade de 0,500 que por sua vez é a metade de 1,00. 1 (Um) círculo no caso. Por isso traçamos o diâmetro e sua mediatriz a fim de perceber o quanto da mandala cabe em uma quarta parte. Depois traçando a bissetriz de um quadrante percebemos o quanto da mandala cabe em 0,125 do círculo.

A figura a seguir constitui um resultado obtido e ilustra bem. Oferece o desafio para o leitor: perceber qual a cor usada para pintar o equivalente a 0,250 do círculo, qual a utilizada para pintar o equivalente a 0,375, assim por diante.

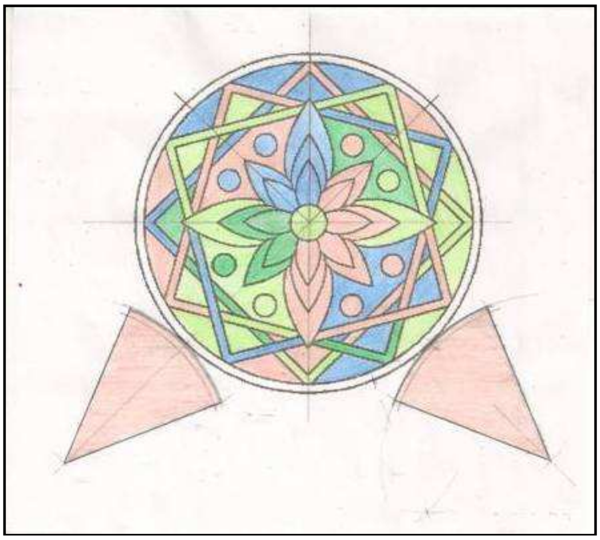


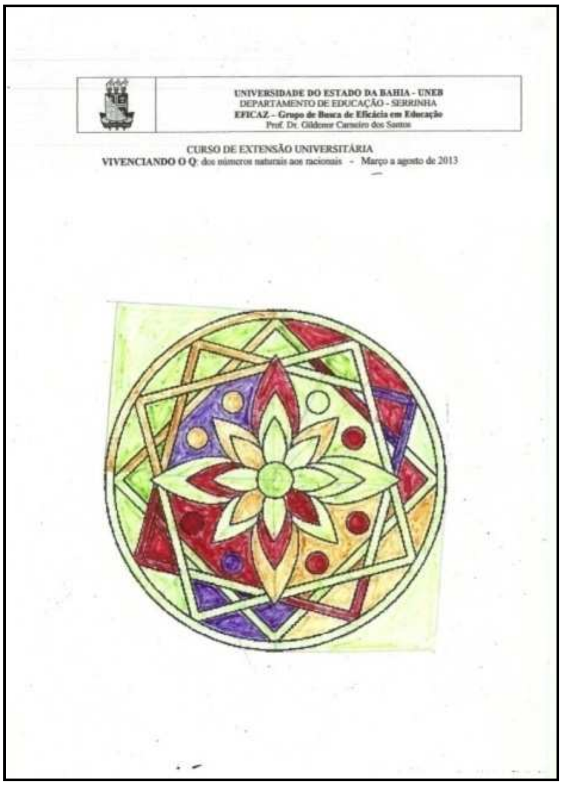
Figura resultante da oficina sobre
NÚMEROS DECIMAIS E PORCENTAGEM
EM MANDALAS

Chamamos a atenção para o fato de que tais números não foram apresentados em ordem, e foram apresentados de maneira que existem relações entre eles, assim: o segundo é a metade do primeiro, o terceiro é a soma dos dois anteriores, e o quarto somado com os anteriores ultrapassa a unidade, dando 1,250.

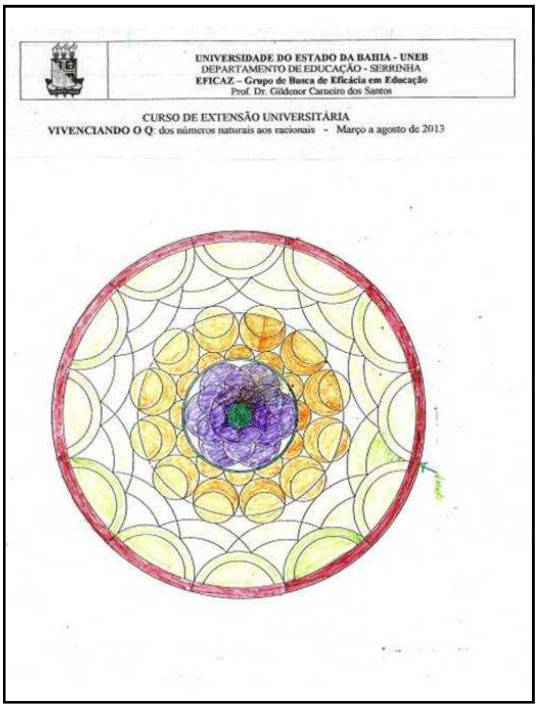
A vantagem que se tem para o aprendizado dos números vem do fato de que, enquanto o aprendiz procura as formas que irá pintar, ele terá em mente o referido número, e enquanto as pinta irá interiorizando esse conceito. De forma que, tal processo culminará com a interiorização do conceito correspondente: poderá não saber explicar por quê, mas é possível que tenha certeza de que 0,125 é bem menor do que 1. De que ele é metade de um quarto. De que 0,125 mais 0,250 corresponde a 0,375, assim por diante. E de forma lúdica, prazerosamente, e com outros desenvolvimentos que resultam em ganhos intelectuais. Para possibilitar esses constructos é que foi pensado inicialmente a utilização de qualquer mandala, mas que resultaram em dificuldades além do desejável para o nível de conhecimentos de principiantes em Matemática. Vejam a proposta abaixo:

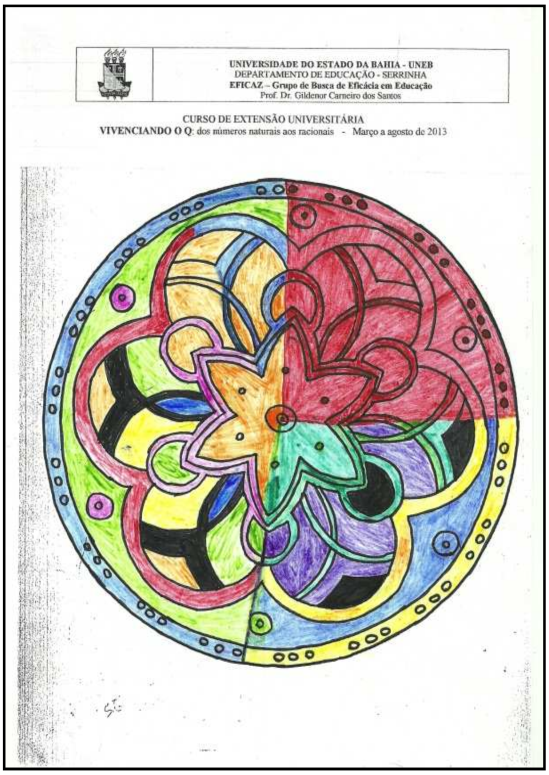
NÚMEROS DECIMAIS e PORCENTAGEM em MANDALAS
Atividade: Pintar a folha de papel em cores variadas com o critério abaixo indicado. Para tanto informar as cores escolhidas e em seguida as porcentagens correspondentes: *a)* 0,250 do círculo na cor ***azul*** – ***25*** % b) 0,125 do círculo na cor ***verde escuro – 12,5***% c) 0,375 do círculo na cor ***verde claro – 37,5***% (0,375 = 0,250 + 0,125) d) 0,500 do círculo na cor *laranja* – *50* % e) Obs.: Que tal completar corretamente? Na folha de papel ficou pintado, no total *1,25*% do círculo.

Foi proposto pintar partes da folha de papel, porque em dado momento a pintura vai expandir-se para fora do círculo: a área pintada no total será 125% do círculo. O mesmo pode ser informado com 1,25 (um inteiro e vinte e cinco centésimos) do círculo. E mais se aprende, pintando.



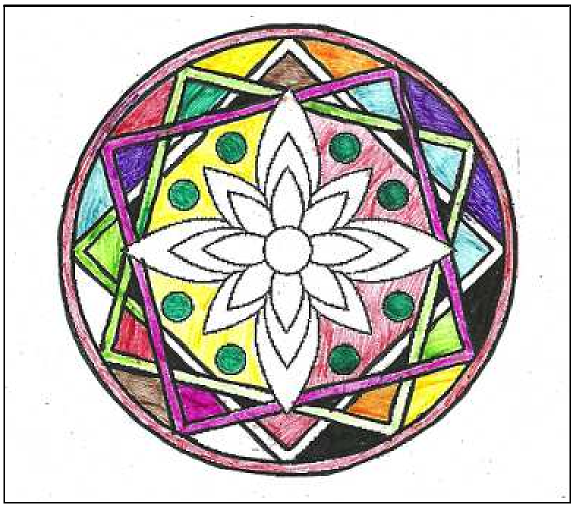
Com a execução dessa oficina, percebeu-se então que é conveniente apresentar mandalas simples, nas quais sejam mais evidentes as subdivisões do círculo em quartas partes, oitavas, décimas sextas, assim por diante, do que com divisões em quintas partes, ou sextas, ou outras, como ilustradas a seguir:

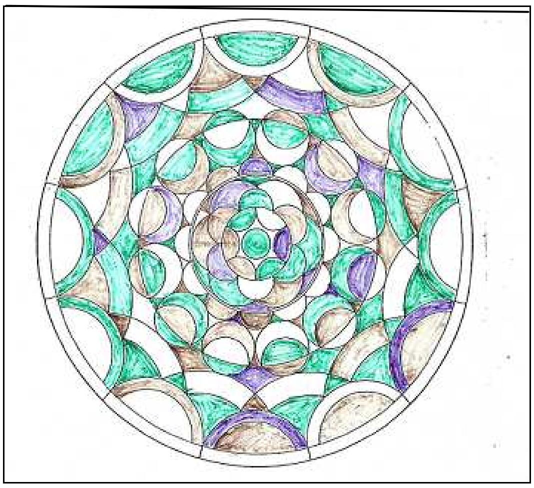




Observem que na figura acima, a proposta não fora compreendida por inteiro, e foi pintada uma área que não corresponde à forma definida no desenho da mandala – a quarta parte do círculo em vermelho. E nesta observe se a parte pintada em lilás corresponde à metade da parte pintada em vermelho. Se responder afirmativamente ela então equivale a 0,125 do círculo ou, 12,5%.

Outros resultados conseguidos com concentração e persistência:





Foi preciso experimentar fazer o difícil, colorir áreas equivalentes a frações dadas, sem alterar a mandala, com mandalas quaisquer, para perceber que poderia existir uma outra proposta mais fácil para os aprendizes. Então a mais fácil serve para compreender o que inicialmente parece difícil, serve de meio para alcançar-lhe a solução.

Da mesma forma é preciso tentar compreender o universo, as diferentes galáxias, para sentirmos a necessidade de compreender o Planeta Terra, o bairro onde moramos, nossa morada, nosso corpo, nosso íntimo. Os espaços físicos e as relações interpessoais que nos contém.

E conhecendo o nosso íntimo, encontramos a porta de saída para o universo, a capacidade de nos descentrarmos. Compreendermos o Universo, a plenitude.

Referências:

BERTONI, Nilza E. **Por que mudar o ensino de Matemática?** Blumenau: Temas & Debates, Ano 7, n. 5, p.14-20, 1994.

CACO. **Phi – a razão áurea e algumas curiosidades.** Disponível em http://matematica-na-veia.blogspot.com.br/2008/03/phi-razo-area-e-curiosidades-matemticas.html Acessado em Maio/2013.

__________ **O Código Da Vinci.** Disponível em http://matematica-na-veia.blogspot.com.br/2008/03/phi-razo-area-e-curiosidades-matemticas.html Acessado em 1º/05/2013.

CREPALDI, Celi V., WODEWOTZKI, Mª Lúcia. **A avaliação da aprendizagem**

matemática através da análise de erros. São Paulo: Didática, n. 24, p. 87-89, 1988.
DOCZI, György. **O Poder dos Limites.** São Paulo: Editora Mercuryo Ltda., 1990.
LEITE, Ricardo. **Proporção Áurea e Seqüência Fibonacci**. Disponível em http://clorofila-design.blogspot.com.br/2011_09_01_archive.html**.** Acessado em Maio/2013.
MACEDO, Lino de. ***Para un discurso de las reglas en la escuela o en la psicopedagogia: un analisis constructivista***. São Paulo: IP-USP, 1993. (Mimeo) (Primer Congreso Internacional sobre Psicopedagogia y Aprendizaje, Buenos Aires, Argentina.)
NEUFERT, Ernst. **Arte de projetar em arquitetura.** São Paulo: Gustavo Gili do Brasil, 1965.
PENNICK, Nigel. **Geometria Sagrada**. 5ª Ed. São Paulo: Ed. Pensamento, 2000.
SÁ, Danilo. **Proporção áurea - A beleza das faces**. Publicado em 21/02/2012. Disponível em http://danilosaretratista.blogspot.com.br/2010/11/proporcao-aurea-beleza-das-fases.html Acessado em Maio/2013.
SANTOS, Gildenor Carneiro dos. **O erro na aprendizagem de Matemática em uma perspectiva construtivista**. Salvador: UFBA, 1995 (Dissertação de Mestrado).
TAVEIRA, Susana Andrade. **A Geometria do Design.** Disponível em http://dexteradesign.blogspot.com.br/2012/03/geometria-do-design.html Acessado em Maio/2013.
VINCI, Leonardo da. **Construção geométrica sobre O Homem de Vitrúvio** (1490). Fonte da imagem: Wikipédia

Site:
A fórmula da beleza…. Disponível em **http://www.tuxresources.org/blog/?tag=proporcao-aurea** . Acessado em Maio/2013.